

# ISTIL 2ème année, parcours MAM

Optimisation Continue

Année 2007/2008

## Feuille 5

1. Écrire (en le justifiant) le système de Kuhn et Tucker pour

$$\text{Inf} \left\{ - \sum_{i=1}^n x_i^2 \quad \sum_{i=1}^n x_i^4 - 1 \leq 0 \right\} \quad (\mathbf{P}_1)$$

Le résoudre, et résoudre  $(\mathbf{P}_1)$ .

2. On considère la problème

$$\text{Inf} \left\{ \frac{1}{2} x^2 + bx \quad x \in \mathbb{R} \quad x \leq 1 \quad -1 \leq x \right\} \quad (\mathbf{P}_2)$$

où  $b \geq 0$  est donné.

- (a) Résoudre  $(\mathbf{P}_2)$  graphiquement (discuter par rapport à  $b$ ).
- (b) Écrire, en le justifiant, le système de Kuhn et Tucker correspondant avec deux multiplicateurs  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$ . Ce système est-il une condition suffisante pour le problème  $(\mathbf{P}_2)$ ? Combien y a-t-il de cas à considérer *a priori* à partir des relations  $\lambda_i \varphi_i(u) = 0$ , en éliminant les contraintes saturées incompatibles?
- (c) Résoudre ce système; en déduire la solution du problème  $(\mathbf{P}_2)$ .
3. On considère le problème

$$\text{Inf} \left\{ \frac{1}{2} x^2 + y^2 + bx \quad (x, y) \in \mathbb{R}^2 \quad |x| \leq 1 \quad |y| \leq 1 \right\} \quad (\mathbf{P}_3)$$

- (a) Écrire, en le justifiant, le système de Kuhn et Tucker correspondant avec quatre multiplicateurs  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  et  $\lambda_4$ . Ce système est-il une condition suffisante pour le problème  $(\mathbf{P}_3)$ ? Combien y a-t-il de cas à considérer *a priori* à partir des relations  $\lambda_i \varphi_i(u) = 0$ , en éliminant les contraintes saturées incompatibles?
- (b) Résoudre ce système; en déduire la solution du problème  $(\mathbf{P}_3)$ .